УДК 339.137.2

**Д. О. Толкачёв,**
*аспирант*

*Государственное высшее учебное заведение «Донецкий национальный технический университет»*

# О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ

Рассмотрен процесс проведения анализа с помощью метода главных компонент. Проанализирована возможность применения метода главных компонент для определения конкурентоспособности предприятия с помощью метода «сломанной трости», критерия «каменистой осыпи».

*Ключевые слова: конкурентоспособность предприятия, метод главных компонент, метод «сломанной трости», критерий «каменистой осыпи».*

В настоящее время существует несколько групп методов оценки конкурентоспособности предприятия: табличный, матричный, графический, интегральный. Однако только последний из них предполагает вычисление результирующего показателя, что позволяет повысить точность оценки и как следствие улучшить её качество.

Наиболее полное отражение математический аппарат оценки конкурентоспособности предприятия нашёл в работах таких учёных, как Р.А. Фатхутдинов, А.С. Шальминова, В.А. Мошнов, И. Максимов, Д.С. Воронов [1-5]. Однако ввиду определённых недостатков, присущих вышеперечисленным работам (ограниченное число факторов конкурентоспособности, использование субъективных оценок, математическая необоснованность), возникла необходимость разработки нового метода оценки конкурентоспособности предприятия.

*Цель статьи. Оценить возможность применения метода главных компонент для определения конкурентоспособности предприятия.*

Множество критериев определения конкурентоспособности предприятия привело к необходимости найти математически обоснованный критерий для уменьшения количества показателей, т.е. получить множество меньшей размерности.

С помощью метода главных компонент можно:

аппроксимировать данные линейными многообразиями меньшей размерности;

найти подпространства меньшей размерности в ортогональной проекции, на которые разброс данных (т.е. среднеквадратичное отклонение от среднего значения) максимален;

найти подпространства меньшей размерности в ортогональной проекции, на которые среднеквадратичное расстояние между точками максимально;

для данной многомерной случайной величины построить такое ортогональное преобразование координат, что в результате корреляции между отдельными координатами обратятся в ноль.

Задача – найти такое ортогональное преобразование в новую систему координат, для которого были бы верны следующие условия:

выборочная дисперсия данных вдоль первой координаты максимальна (эту координату называют первой главной компонентой);

выборочная дисперсия данных вдоль второй координаты максимальна при условии ортогональности первой координате (вторая главная компонента).

Векторы главных компонент для задач о наилучшей аппроксимации и о поиске ортогональных проекций с наибольшим рассеянием – это ортонормированный набор $\{a_1,...,a_n\}$ собственных векторов эмпирической ковариационной матрицы C, расположенных в порядке убывания собственных значений $\lambda : \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_n \geq 0$. Эти векторы служат оценкой для собственных векторов ковариационной матрицы $cov( X_i , X_j )$. В базисе из собственных векторов ковариационной матрицы она, естественно, диагональная, и в этом базисе коэффициент ковариации между различными координатами равен нулю.

Математическое содержание метода главных компонент — это спектральное разложение ковариационной матрицы C, то есть представление пространства данных в виде суммы взаимно ортогональных собственных подпространств C , а самой матрицы C — в виде линейной комбинации ортогональных проекторов на эти подпространства с коэффициентами $\lambda_i$ .

Матрица *A* преобразования данных к главным компонентам строится из векторов главных компонент: $A = \{a_1, \dots a_n\}^T$ . Здесь $a_1$ – ортонормированные векторы-столбцы главных компонент, расположенные в порядке убывания собственных значений, верхний индекс *T* означает транспонирование.

После преобразования большая часть вариации данных будет сосредоточена в первых координатах, что даёт возможность отбросить оставшиеся и рассмотреть пространство уменьшенной размерности.

Как только будет получена информация о том, сколько дисперсии выделил каждый фактор, можно переходить к вопросу о том, сколько факторов следует оставить. По своей природе это решение произвольно. Однако имеются некоторые общеупотребительные рекомендации.

Для определения количества необходимых компонент можно использовать метод определения относительной погрешности.

При замене векторов данных $x_i$ на их проекцию на первые *K* главных компонент вносится средний квадрат ошибки в расчете на один вектор данных:

$$\sum_{l=k+1}^{n} \lambda_l \, , \tag{1}$$

где $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \dots \ge \lambda_n \ge 0$ собственные значения эмпирической ковариационной матрицы *C*, расположенные в порядке убывания, с учетом кратности.

Эта величина называется остаточной дисперсией.

$$\sum_{l=1}^{n} \lambda_l \, . \tag{2}$$

Величина (2) называется объяснённой дисперсией. Их сумма равна выборочной дисперсии. Соответствующий квадрат относительной ошибки – это отношение остаточной дисперсии к выборочной дисперсии (то есть доля необъяснённой дисперсии):

$$\delta_k^2 = \frac{\lambda_{k+1} + \lambda_{k+2} + \dots + \lambda_n}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n} \, . \tag{3}$$

Для определения возможности определения конкурентоспособности предприятий, уменьшив число исследуемых параметров с помощью МГК, была проанализирована работа пяти машиностроительных предприятий Украины.

Проанализировав работы [1-5], можно заключить, что основными факторами, влияющими на конкурентоспособность предприятия, являются: конкурентоспособность товара, финансовое состояние предприятия, организация сбыта товара.

Для отражения этих аспектов были использованы следующие финансово-экономические показатели: X1 – рентабельность активов; X2 – текущая ликвидность; X3 – коэффициент финансовой автономии; X4 – оборотность активов, X5 – коэффициент обеспеченности оборота собственными оборотными средствами [6].

Определены собственные значения $\lambda_i$ эмпирической ковариационной матрицы, остаточная и объяснённая дисперсии, а также квадрат относительной ошибки при числе главных компонент K. Результаты расчета приведены в табл. 1.

*Таблица 1. Расчет относительной погрешности при различном числе главных компонент*

| K | $\lambda_i$ | $\sum_{l=k+1}^{n} \lambda_l$ | $\sum_{l=1}^{n} \lambda_l$ | $\delta_k^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4,074 | 5 | 1,559 | 0,185 |
| 2 | 0,712 | 0,926 | 1,559 | 0,043 |
| 3 | 0,195 | 0,214 | 1,559 | 0,004 |
| 4 | 0,019 | 0,019 | 1,559 | 0,000 |

По относительной ошибке оценивается применимость метода главных компонент с проецированием на первые компоненты. Таким образом, при включении в исследование только одной главной компоненты квадрат относительной ошибки составляет 0,185, двух первых компонент – 0,043 и т.д.

Целевой подход к оценке числа главных компонент по необходимой доле объяснённой дисперсии формально применим всегда, однако неявно он предполагает, что нет разделения на "сигнал" и "шум", и любая заранее заданная точность имеет смысл. Поэтому часто более продуктивна иная эвристика, основывающаяся на гипотезе о наличии "сигнала" (сравнительно малая размерность, относительно большая амплитуда) и "шума" (большая размерность, относительно малая амплитуда). С этой точки зрения метод главных компонент работает как фильтр: сигнал содержится в основном в проекции на первые главные компоненты, а в остальных компонентах пропорция шума намного выше.

Вопрос, как оценить число необходимых главных компонент, если отношение "сигнал/шум" заранее неизвестно? Одним из наиболее популярных эвристических подходов является правило сломанной трости (англ. Broken stick model) [7]. Этот критерий предложен Кайзером (Kaiser, 1960) и является, вероятно, наиболее широко используемым. Набор нормированных собственных чисел $(\lambda_i / trC, i = 1,n)$ сравнивается с распределением длин обломков трости единичной длины, сломанной в (n-1)-й случайно выбранной точке (точки разлома выбираются независимо и распределены равномерно по длине трости). Пусть $L_i$ (i=1,n) – длины полученных кусков трости, занумерованные в порядке убывания длины: $L_1 \geq L_2 \geq ... \geq L_n$.

По правилу сломанной трости *K*-й собственный вектор (в порядке убывания собственных чисел) сохраняется в списке главных компонент, если выполняется условие (4)

$$\frac{\lambda_1}{trC} > l_1;\ \frac{\lambda_2}{trC} > l_2; \ldots \frac{\lambda_k}{trC} > l_k. \qquad (4)$$

В нашем случае имеем 4-мерное пространство:

$l_1$=(1+1/2+1/3+1/4)/4; $l_2$=(1/2+1/3+1/4)/4; $l_3$=(1/3+1/4)/4; $l_4$ =(1/4)/4.

В табл. 2 приводится расчет по методу «сломанной трости».

*Таблица 2. Расчет по методу «сломанной трости»*

| K | $\frac{\lambda_i}{trC}$ | $l_i$ | Сравнение |
|---|---|---|---|
| 1 | 2,613 | 0,521 | $\frac{\lambda_1}{trC} > l_1;$ |
| 2 | 0,457 | 0,271 | $\frac{\lambda_2}{trC} > l_2;$ |
| 3 | 0,125 | 0,146 | $\frac{\lambda_3}{trC} < l_3;$ |
| 4 | 0,012 | 0,063 | $\frac{\lambda_4}{trC} < l_4;$ |

По правилу сломанной трости для первой главной компоненты $\frac{\lambda_i}{trC}$ почти в 5 раз больше $l_1$, для второй главной компоненты $\frac{\lambda_i}{trC}$ примерно в 1,5 раза больше $l_1$. В связи с этим в исследование следует включить либо 1, либо 2 главные компоненты.

Другим популярным подходом определения числа необходимых главных компонент является критерий каменистой осыпи. Критерий каменистой осыпи – графический метод, впервые предложенный Р. Кэттелем (Cattell, 1966) [8].

Кэттель предложил найти такое место на графике собственных значений матрицы корреляций, где убывание собственных значений слева направо максимально замедляется. Предполагается, что справа от этой точки находится только "факториальная осыпь" – "осыпь" является геологическим термином, обозначающим обломки горных пород, скапливающиеся в нижней части скалистого склона.

На рис. 1 показаны собственные значения матрицы корреляций и вклад каждого фактора в общую дисперсию. В соответствии с данным критерием можно оставить в этом примере 1 или 2 фактора.

Из рис. 1 видно, что 81,48% общей дисперсии обусловлено изменением первой главной компоненты, и только 14,24% – изменением второй компоненты, то есть, заменив 5 исследуемых факторов одной (первой) главной компонентой, мы включаем в исследования 81,48% варьирования всех 5 показателей конкурентоспособности.

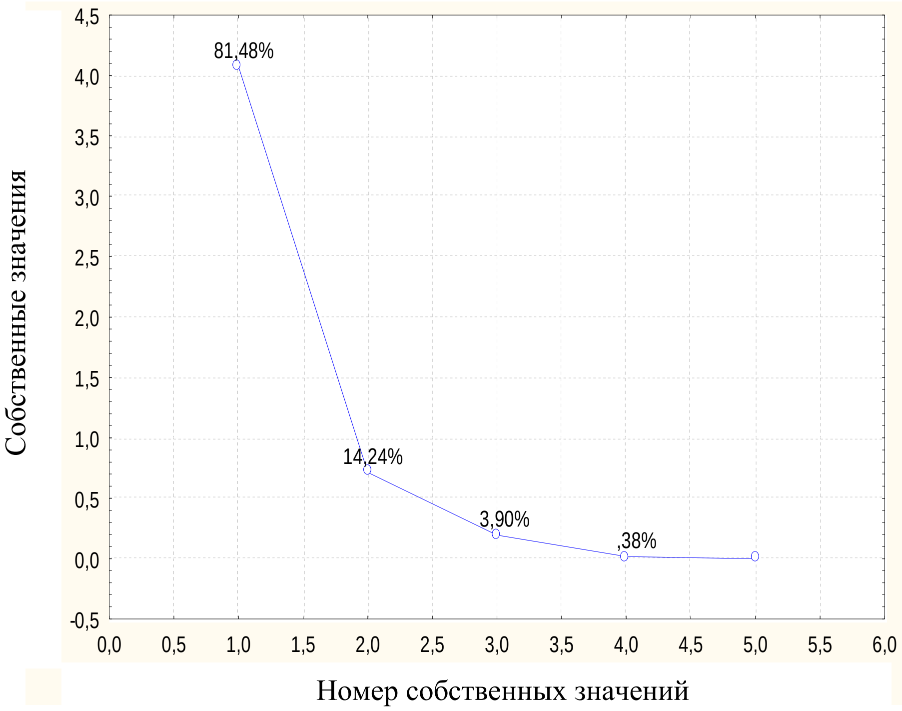


**Рис. 1. Собственные значения матрицы корреляций**

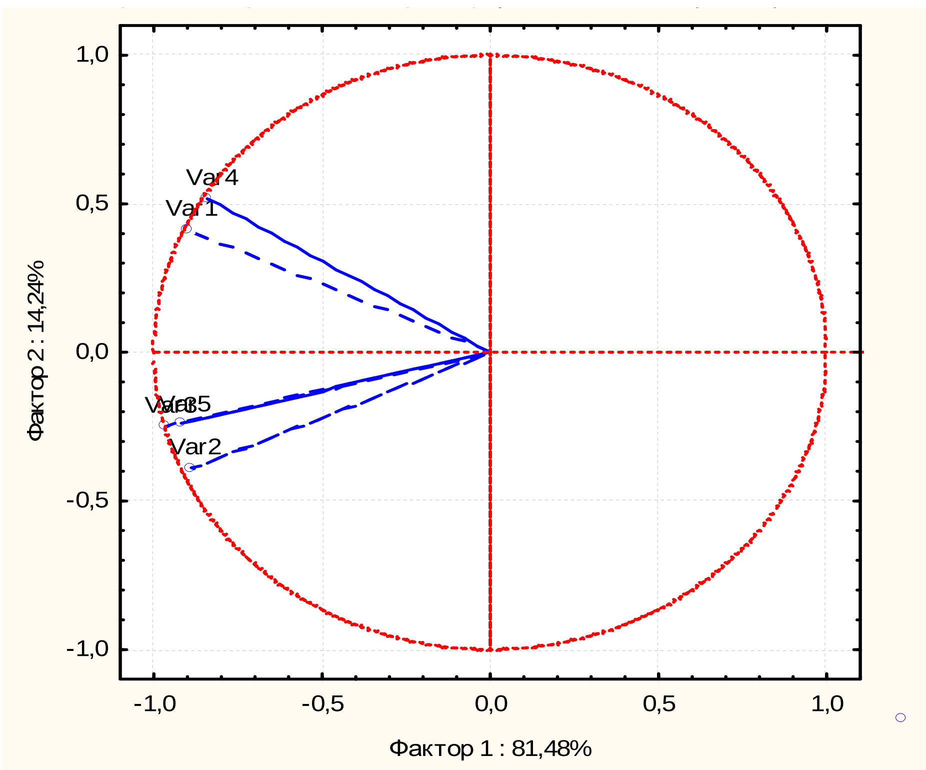


**Рис. 2. Проекция переменных на факторную плоскость**

Для наглядности возможности перехода от переменных $X_i$ к главным компонентам (факторам) на факторной плоскости (X – первая главная компонента, Y- вторая главная компонента) на рис. 2 изображаем проекции переменных Xi, а также составляем таблицу 3 факторных координат переменных

Из рис. 2 и табл. 3 видно, что все переменные сгруппированы в проекции на фактор 1 от -0,961 до -0,838, т.е. в интервале 0,123. Для второго фактора переменные разбросаны в интервале от -0,388 до 0,518, т.е. довольно в большом интервале 0,906. Поэтому для исследования целесообразно использовать только одну первую главную компоненту.

*Таблица 3. Координаты переменных на первые две главные компоненты (факторы)*

| Переменная | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Координата фактора 1 | -0,900 | -0,889 | -0,961 | -0,838 | -0,921 |
| Координата фактора 2 | 0,415 | -0,388 | -0,249 | 0,518 | -0,243 |

Вклад всех пяти переменных в первую компоненту примерно равноценный и колеблется от 17,2% (для четвертой переменной) до 22,7% (для третьей переменной). На второй фактор существенное влияние оказывают только три переменные, на третий – две переменные, а четвертый на 67,8% зависит от третьей переменной (табл. 4). Это также показывает,что при исследовании конкурентоспособности предприятия целесообразно использовать только одну (первую) главную компоненту.

*Таблица 4 Вклад переменных в факторы*

| | Фактор 1 | Фактор 2 | Фактор 3 | Фактор 4 |
|---|---|---|---|---|
| X1 | 0,199 | 0,242 | 0,093 | 0,020 |
| X2 | 0,194 | 0,211 | 0,287 | 0,168 |
| X3 | 0,227 | 0,087 | 0,013 | 0,627 |
| X4 | 0,172 | 0,377 | 0,143 | 0,046 |
| X5 | 0,208 | 0,083 | 0,465 | 0,140 |

*Выводы и направления дальнейших исследований.* В статье была исследована возможность применения метода главных компонент для определения конкурентоспособности предприятия с помощью пяти факторов (рентабельность активов, текущая ликвидность, коэффициент финансовой автономии, оборотность активов, коэффициент обеспеченности оборота собственными оборотными средствами). При исследовании с помощью метода «сломанной трости» и критерия «каменистой осыпи» было выявлено, что метод главных компонент можно применять для исследования конкурентоспособности предприятия по первой главной компоненте.

Перспективами дальнейших исследований является выявление возможности автоматизации определения конкурентоспособности предприятий с помощью разработанного метода.

**Список использованных источников**


1. Фатхутдинов Р.А. Управление конкурентоспособностью организации / Р.А. Фатхутдинов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Эксмо, 2005. – 544 с.
2. Фасхиев В.А. Как измерить конкурентоспособность предприятия? [Электронный ресурс] / В.А. Фасхиев // Журнал «Маркетинг в России и за рубежом». – Режим доступа : URL: http://www.mavriz.ru/articles/2003/4/97.html.
3. Мошнов В.А. Комплексная оценка конкурентоспособности предприятия [Электронный ресурс] / В.А. Мошнов // Корпоративный менеджмент. – Режим доступа URL: http://www.cfin.ru/management/strategy/estimate_competitiveness.shtml.
4. Максимов И. Оценка конкурентоспособности промышленного предприятия / И. Максимов // Маркетинг. – 1996. – № 3. – С. 51–56.
5. Воронов Д.С. Предлагаемая методика оценки конкурентоспособности предприятия [Электронный ресурс] / Д.С. Воронов // Конкурентоспособность предприятия: оценка, анализ, пути повышения. – Режим доступа URL: http://vds1234.narod.ru/.
6. Костенко Т.Д. Економічний аналіз і діагностика стану сучасного підприємства: навч. посібник / Т.Д. Костенко, Є.О. Підгора, В.С. Рижиков та ін.; вид. 2-ге перероб. та допов. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 400 с.
7. Cangelosi R. Component retention in principal component analysis with application to cDNA microarray data / R. Cangelosi, A. Goriely // Biology Direct. – 2007. – Vol. 2, № 2. – P. 1–74.
8. Главные компоненты и факторный анализ: электронный учебник. – StatSoft [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stfacan.html#index.


*Статья поступила в редакцию18.10.2013 г.*